UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Guido Burkard
Matthias Droth

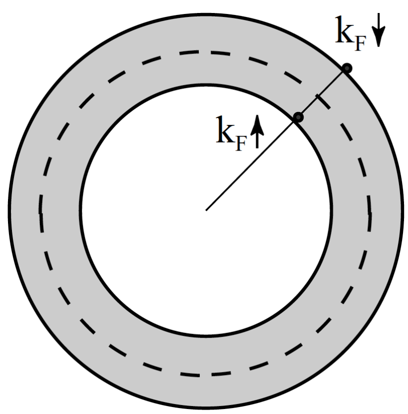
Theoretische Festkörperphysik

Wintersemester 2010 - Übungsblatt 7

Ausgabe: 3.12.2010, Abgabe: 10.12.2010

Aufgabe 24: Effektiver g-Faktor (6 Punkte)

Unter dem Einfluss eines Magnetfeldes spaltet sich die ursprünglich gemeinsame Fermifläche für Elektronen mit unterschiedlichem Spin so auf, dass die unterschiedlichen Zeeman-Terme $\pm\frac{1}{2}g\mu_B B$ kompensiert werden, siehe Abbildung. Es ist üblich, den effektiven g-Faktor, g^*, einzuführen.



Dazu betrachtet man, wie sich die Energie eines Quasiteilchens ändert, wenn man dessen Spin umklappt[1]. Die Differenz dieser Quasiteilchenenergie, ausgedrückt als Zeemanenergie, definiert g^*:

$$g^*\mu_B B \equiv \tilde{\epsilon}_{k_{F\downarrow}\uparrow} - \tilde{\epsilon}_{k_{F\downarrow}\downarrow} \,.$$

Zeigen Sie, dass

$$\frac{g^*}{g} = \frac{1}{1+F_0^a}$$

gilt und

$$\frac{\chi_S^{(int)}}{\chi_S^{(nonint)}} = \frac{m^*\,g^*}{m\,g}$$

folgt.

[1]Wegen des Pauli-Prinzips ist ein tatsächliches Umklappen des Spins nur möglich, wenn der Endzustand vorher unbesetzt war (schattierter Bereich in der Abbildung). Außerdem wird angenommen, dass das Magnetfeld unverändert bleibt.

Hinweis: Werten Sie die Summation in $\tilde{\epsilon}_{k_{F\downarrow}\uparrow} = \epsilon_{k_{F\downarrow}} + g\mu_B B/2 + \sum_{\mathbf{k}',\sigma'} f_{\mathbf{k}\uparrow,\mathbf{k}'\sigma'} \delta\mathcal{N}_{\mathbf{k}'\sigma'}$ aus, indem Sie die Zahl aller durch das Magnetfeld zusätzlich induzierten $\downarrow$-Elektronen, $\delta\mathcal{N}_\downarrow$, einführen. Analog kann für $\tilde{\epsilon}_{k_{F\downarrow}\downarrow}$ vorgegangen werden. Drücken Sie nun $\delta\mathcal{N}_\downarrow$ durch Zustandsdichte und $g^*\mu_B B$ aus, um dann nach g^* aufzulösen.

Aufgabe 25: Landau-Parameter und effektive Masse **(8 Punkte)**

Gegeben sei ein System von Fermionen, die über das Potential $V(\mathbf{r}) = \frac{\mathrm{e}^2\, e^{-\lambda r}}{4\pi\epsilon_0 r}$ wechselwirken. Dabei ist e die Elementarladung, $\mathbf{r}$ der Verbindungsvektor zweier Teilchen und $V_\mathbf{q} = \frac{\mathrm{e}^2/\epsilon_0}{q^2+\lambda^2}$ die Fourier-Transformierte. Ausgehend vom nicht-wechselwirkenden System erhält man mit den Besetzungszahlen $\{\mathcal{N}_{\mathbf{k}\sigma}\}$ für das wechselwirkende System in erster Ordnung

$$E[\{\mathcal{N}_{\mathbf{k}\sigma}\}] = \sum_{\mathbf{k}\sigma} \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \mathcal{N}_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{k}\sigma,\mathbf{k}'\sigma'} (V_0 - V_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'}\delta_{\sigma,\sigma'})\, \mathcal{N}_{\mathbf{k}\sigma}\mathcal{N}_{\mathbf{k}'\sigma'}\,.$$

a) Substituieren Sie $\mathcal{N}_{\mathbf{k}\sigma} = \mathcal{N}^{(0)}_{\mathbf{k}\sigma} + \delta\mathcal{N}_{\mathbf{k}\sigma}$ (wobei $\mathcal{N}^{(0)}_{\mathbf{k}\sigma} = \Theta(k_F - k)$ die Besetzungszahlen des Grundzustands beschreibt), um das Energiefunktional zu erhalten. Leiten Sie explizite Ausdrücke für die Quasiteilchenenergie und die Wechselwirkungsfunktion her.

b) Berechnen Sie den Landau-Parameter F_1^s und über $m^* = m(1 + F_1^s)$ die effektive Masse. Was passiert im Limit $\lambda \to 0$?

c) Berechnen Sie das chemische Potential μ.

d) Berechnen Sie den Landau-Parameter F_0^s sowie die Kompressibiltät.