UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Guido Burkard
Dr. Stefan Gerlach

Theoretische Festkörperphysik

Wintersemester 2010 - Übungsblatt 3

Ausgabe: 5.11.2010, Abgabe: 12.11.2010, Übung: 15.11./16.11.2010

Aufgabe 12: Wechselstrom-Leitfähigkeit im Drude-Modell (3 Punkte)

Finden Sie die Leitfähigkeit $\sigma(\omega)$ eines Metalls im Drude-Modell für Wechselstrom (AC) bei der Frequenz ω. Per Definition verbindet $\sigma(\omega)$ die Fourierkomponenten der Stromdichte $\mathbf{j}(\omega)$ und des elektrischen Feldes $\mathbf{E}(\omega)$ durch die Beziehung

$$\mathbf{j}(\omega) = \sigma(\omega)\mathbf{E}(\omega).$$

Hinweise: Die Bewegungsgleichung eines Elektrons im elektrischen Feld $\mathbf{E}$ ist

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{p}(t)}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathbf{p}(t)}{\tau} - e\mathbf{E}(t),$$

wobei die Konstante τ die mittlere Stosszeit und e der Betrag der Elektronenladung ist. In einem harmonischen elektrischen Wechselfeld (AC)

$$\mathbf{E}(t) = \mathrm{Re}(\mathbf{E}(\omega)e^{-i\omega t})$$

hat der Elektronenimpuls auch eine harmonische Zeitabhängigkeit:

$$\mathbf{p}(t) = \mathrm{Re}(\mathbf{p}(\omega)e^{-i\omega t}).$$

Lösen Sie die Bewegungsgleichung für $\mathbf{p}(\omega)$ als Funktion von $\mathbf{E}(\omega)$. Aus dem Ergebnis und dem Zusammenhang zwischen Impuls und Stromdichte

$$\mathbf{j} = -\frac{en}{m}\mathbf{p}$$

folgern Sie eine ähnliche Beziehung zwischen Stromdichte und elektrischem Feld. Aus dieser Beziehung lässt sich die Leitfähigkeit für Wechselstrom (AC) anhand der Definition identifizieren. Verwenden Sie die Leitfähigkeit $\sigma_0 = \sigma(\omega = 0)$ für Gleichstrom (DC).

Aufgabe 13: Kramers-Kronig-Relationen (4 Punkte)

a) Gegeben sei der Imaginärteil einer Antwortfunktion χ_{AB}

$$\mathrm{Im}\left(\chi_{AB}(\omega)\right) = \chi_0\left(\delta(\omega-\omega_0) - \delta(\omega_0+\omega)\right).$$

Finden Sie den Realteil dieser Antwortfunktion, also $\mathrm{Re}(\chi_{AB}(\omega))$.

b) Finden Sie ausgehend von $\chi_{AB}(-\omega) = \chi^*_{AB}(\omega)$ die modifizierten Kramers-Kronig-Relationen für positive Frequenzen:

$$\mathrm{Re}\left(\chi_{AB}(\omega)\right) = \frac{2}{\pi}\mathcal{P}\int_0^\infty \frac{\omega' \mathrm{Im}\left(\chi_{AB}(\omega')\right)}{\omega'^2 - \omega^2}\,\mathrm{d}\omega'$$

$$\mathrm{Im}\left(\chi_{AB}(\omega)\right) = -\frac{2\omega}{\pi}\mathcal{P}\int_0^\infty \frac{\mathrm{Re}\left(\chi_{AB}(\omega')\right)}{\omega'^2 - \omega^2}\,\mathrm{d}\omega'.$$

Aufgabe 14: Ein- und Zweidimensionales Elektronengas (8 Punkte)

a) **Fermikugel**
Finden Sie den Fermi-Impuls k_F und die Fermi-Energie ϵ_F als Funktion der Teilchendichte n für ein Elektronengas in ein und zwei Dimensionen.

b) **Zustandsdichte**
Berechnen Sie die Zustandsdichte

$$d(\epsilon) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\epsilon}n(\epsilon)$$

für das ein- und zweidimensionale Elektronengas.

c) **Chemisches Potential**
Finden Sie das chemisches Potential $\mu(T)$ eines ein- und zweidimensionalen Elektronengases für eine endliche Temperatur $T > 0$.

d) **Spezifische Wärmekapazität**
Finden Sie die spezifische Wärmekapazität

$$c_V = \left(\frac{\partial E(T)}{\partial T}\right)_V$$

für das ein- und zweidimensionale Elektronengas.