UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Elke Scheer (Experimentalphysik)
Raum P 1007, Tel. 4712
E-mail: elke.scheer@uni-konstanz.de
Prof. Dr. Guido Burkard (Theoretische Physik)
Raum P 807, Tel. 5256
E-mail: Guido.Burkard@uni-konstanz.de

Übungen zur Physik IV: Integrierter Kurs - Sommersemester 2010
Übungsblatt 1, Ausgabe 19. 04. 2010
Abgabe am 26. und 28. 04. 2010
Besprechung in den Übungen am 28. und 30. 04. 2010

Aufgabe 1 (E): Millikan-Versuch (schriftlich - 6 Punkte)

a) Ein geladener Öltropfen fällt 4mm in 16s mit konstanter Geschwindigkeit v_G in Luft bei abgeschaltetem elektrischen Feld. Die Dichte des Öls ist 0,8g/cm^3, die der Luft 1,3$\cdot$10^{-3}g/cm^3. Die Viskosität der Luft beträgt η=1,81$\cdot$10^{-5}Ns/m^2. Bestimmen Sie die Fallgeschwindigkeit v_G, den Radius r und die Masse m des Tropfens. Hinweis: Die Reibungskraft ist durch $6\pi\eta r v_G$ gegeben.

b) Ein konstantes elektrisches Feld mit E=2000V/cm wird angelegt. Es wird die Zeit für das Hochsteigen um 4mm gemessen. Nach jeder Messung wird der Tropfen durch Röntgenstrahlung umgeladen. In den verschiedenen Versuchen werden folgende Zeiten gemessen: 36,1s; 11,5s; 17,4s; 7,55s; 23,9s. Bestimmen Sie die Steiggeschwindigkeit v_S für jeden Versuch und bilden Sie jeweils die Summe v_S+v_G. Zeigen Sie, dass diese Werte ganzzahlige Vielfache einer bestimmten Geschwindigkeit sind. Wie ist dieses Resultat zu erklären? Berechnen Sie den Wert der Elementarladung aus diesen Daten.

[Eine Zeichnung der Versuchsanordnung finden Sie z.B. in *Haken/Wolf, Atom- und Quantenphysik Kap.6.3*]

Aufgabe 2 (E): Avogadro-Konstante aus Sedimentationsgleichgewicht

In einer Flüssigkeit suspendierte Teilchen verhalten sich wie Gasmoleküle. Ihre Verteilung kann mit der barometrischen Höhenformel

$$n(z) = n_0\ exp(-m^* g z / k_B T)$$

beschrieben werden. m^*g steht für die aus Gewicht und Auftrieb resultierende Kraft. In einem Experiment hatten die in Wasser suspendierten Teilchen einen Radius von a=0,2μm und eine Dichte von ρ=1,2$\cdot$10^{3}kg/m^3. Die Teilchen wurden in mehreren dünnen Schichten, die jeweils 30μm höher lagen, gezählt. Man fand in aufeinanderliegenden Schichten: 210, 130, 74, 49, 18, 16, 12 Teilchen. Bestimmen Sie daraus die Avogadro-Konstante N_A. N_A hängt mit der Boltzmann-Konstanten k_B und der idealen Gaskonstanten R=8,314J/(mol$\cdot$K) über $k_B = R/N_A$ zusammen (T=300K). Anleitung: Bilden Sie den Logarithmus der angegebenen Beziehung und gewinnen Sie den Faktor $-\frac{m^*g}{k_BT}$ aus linearer Regression. Fassen Sie dies als Messung von k_B auf und rechnen Sie mit dem als bekannt angenommenen R daraus dann N_A aus.

Aufgabe 3 (E): Glimmentladung

In der Gasentladungsröhre werden die im Bild gezeigten Leuchterscheinungen beobachtet. Dicht über der Kathode sieht man eine dünne leuchtende Schicht, die sogenannte Kathodenglimmhaut. Dann schließt ein Dunkelraum an (Hittorfscher Dunkelraum) gefolgt von einem Leuchten, das über einen gewissen Raumbereich in Richtung Anode schwächer wird und negatives Glimmlicht genannt wird. Hinter einer weiteren dunklen Zone, dem Faradayschen Dunkelraum, erscheint die sogenannte positive Säule. Sie kann gleichmäßig hell sein oder äquidistante sehr hell leuchtende Scheiben aufweisen. Auf der Anode gibt es eine weitere dünne Glimmschicht, die Anodenglimmhaut.

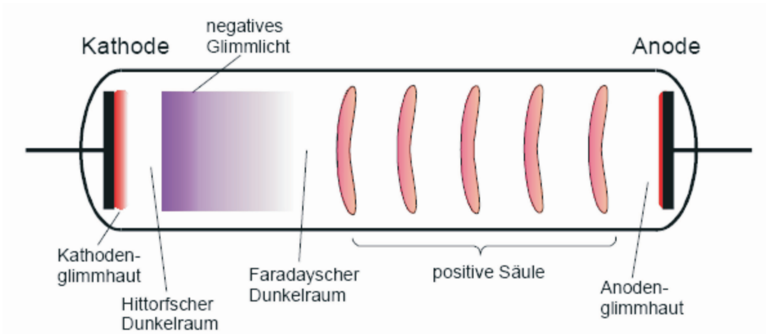


Abbildung 1: Leuchterscheinungen bei einer selbständigen Gasentladung

a) Benutzen Sie die angegebene oder andere Literatur und erkären Sie, wie die Leuchterscheinungen und deren Struktur zustande kommen. Skizzieren Sie auch qualitativ den Verlauf der Größe der elektrischen Feldstärke zwischen Kathode und Anode. Was ist der Unterschied zwischen einer Glimmlampe und Leuchtstoff("Neon")-Röhre ?

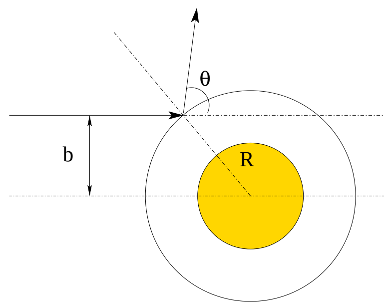
http://praktikum.physik.uni-dortmund.de/AP-Anleitungen/freie Elektronen/Versuch Nr.506.pdf
Gerthsen *Physik*, Kap. 8.3.3 und 8.3.4
www.ieap.uni-kiel.de/plasma/ag-kersten/vorlesungsdateien/gasentladung_ss06/gasentladungsphysik_4.pdf
(ist der link unter Wikipedia "Glimmentladung")
Wikipedia, Stichwort: "Positive Säule"
(Schöne Fotos von Glimmentladungen findet man über die englische Wikipedia-Seite "electric glow discharge", external link: an example of gas discharge at various low pressures)

b) Betrachten Sie $e^{Cpd} - 1 > 1$ als Bedingung für das Zustandekommen des negativen Glimmlichts, d.h. für die Zündung der Gasentladung. Wir wollen die Bedingung hier nicht herleiten. Sie drückt das Zustandekommen einer Lawinenkette von Sekundärelektronen durch Ionisation aus, was erst in einem endlichen Abstand d von der Kathode der Fall sein kann (Hittorfscher oder Kathodendunkelraum). C ist ein Koeffizient, der die Anzahl der Ionisationsstöße angibt; er wird pro Druck und pro Wegstrecke angegeben. Wenn $C = 23000\ \mathrm{cm}^{-1}\mathrm{bar}^{-1}$ beträgt, wie lang muss dann die Gasentladungsröhre bei $p = 1\mu$bar bzw. bei $p = 5\mu$bar mindestens sein, damit das negative Glimmlicht zustande kommen kann?
Die Zahl der Ionisationsstöße pro Weglänge steigt mit dem Druck. Weshalb darf der Druck in der Röhre dennoch nicht zu groß gewählt werden?
(Die Berechnung von d kann nur eine grobe Abschätzung sein; tatsächlich hängt C selber vom Druck und vom elektrischen Feld ab, und letzteres ist in der Nähe der Kathode nicht homogen.)

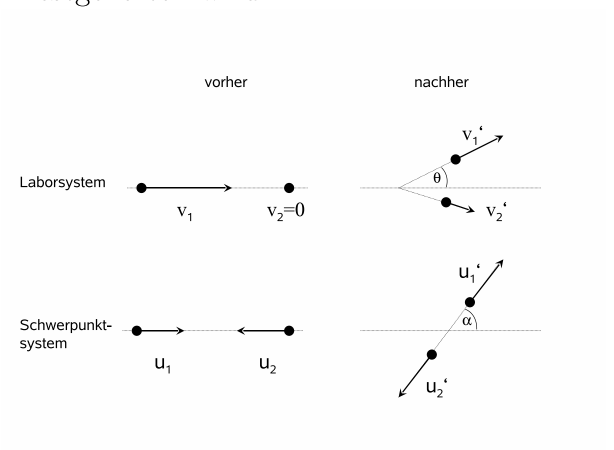
c) Nehmen Sie für eine positive Säule aus deutlich hell leuchtenden einzelnen Scheiben an, dass Elektronen zwischen ionisierenden Stößen nicht durch inelastische Stöße abgebremst werden. Bei einem ionisierenden Stoß verliert ein Elektron seine gesamte kinetische Energie und wird bis zum nächsten ionisierenden Stoß dann wieder von Geschwindigkeit Null an beschleunigt. Die Säule bestehe aus Leuchtscheiben im Abstand von jeweils 2cm. Das in diesem Bereich konstante elektrische Feld betrage 10,75 V cm^{-1}. Wie hoch ist die Ionisierungsenergie des verwendeten Gases? Um welches Gas handelt es sich?

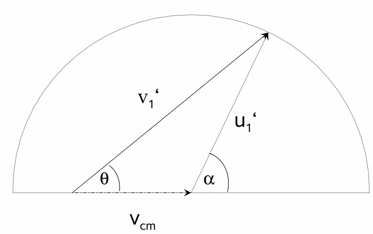
Aufgabe 4(T): Elastische Streuung harter Kugeln (schriftlich - 6 Punkte)

Es soll die elastische Streuung zweier harter Kugeln mit Radius R und mit den Massen m_1 und m_2 betrachtet werden. Nehmen Sie an, die Kugel 2 ruhe vor dem Stoß (im Laborsystem).



a) (2 Punkte) Bestimmen Sie den Stoßparameter $b(\theta)$ als Funktion des Streuwinkels θ, wenn Kugel 2 festgehalten wird.





Umrechnung von Schwerpunkt- auf Laborsystem

b) (4 Punkte) Zeigen Sie unter Ausnutzung der Impuls- und Energieerhaltung, dass zwischen dem Streuwinkel im Laborsystem θ und dem Streuwinkel im Schwerpunktsystem α folgender Zusammenhang gilt:

$$\tan\theta = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha + \frac{m_1}{m_2}}$$

Was folgt daraus für $m_1 = m_2$? Wann erhalten Sie den in a) betrachteten Fall?

Aufgabe 5(T): Gleichverteilungssatz und Rayleigh-Jeans-Strahlungsgesetz

a) Betrachten Sie ein würfelförmiges Volumen der Seitenlänge L mit metallisch reflektierenden Innenwänden. Welche Bedingung müssen die Wellenvektoren $\pm\mathbf{k}$ von stehenden elektromagnetischen Wellen ($\omega = ck$) darin erfüllen? (Für eine stehende Welle als Überlagerung eines in Richtung $+\mathbf{k}$ und eines in Richtung $-\mathbf{k}$ laufenden Anteils zähle man nur ein $\mathbf{k}$.)
Argumentieren Sie, dass die erlaubten Wellenvektoren $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)^T$ auf einem Punktgitter des dreidimensionalen k-Raumes liegen (in wievielen Oktanten?) und skizzieren Sie dieses. Wie groß ist das einem erlaubten Wellenvektor zuzuordnende Volumen in diesem Raum?

b) Für ein hinreichend großes Volumen darf man die Wellenvektoren und auch ihre Anzahl als kontinuierlich ansehen. Zeigen Sie, dass die Anzahl stehender Wellen, deren Frequenz zwischen ν und $\nu + \mathrm{d}\nu$ liegt,

$$N(\nu) = 2 \cdot 4\pi \frac{L^3}{c^3} \nu^2$$

beträgt.

Hinweis: Der Faktor 2 berücksichtigt die beiden Polarisationen der Welle in Ausbreitungsrichtung. Überlegen Sie sich, dass die Wellenvektoren gleicher Frequenz im k-Raum auf Kugelschalen liegen.

c) Zeigen Sie, das jeder stehenden Welle im thermodynamischen Gleichgewicht die Energie $k_\mathrm{B}T$ zugeordnet ist (*Gleichverteilungssatz*). Berechnen Sie dazu für eine allgemeine Hamiltonfunktion $H(q_1, ..., q_f, p_1, ..., q_f)$ die Mittelwerte

$$\langle q_i \frac{\partial H}{\partial q_i} \rangle \;\text{ und }\; \langle p_i \frac{\partial H}{\partial p_i} \rangle$$

(vgl. Aufgabe 6) für eine (normierte) Boltzmann-Verteilung (kanonisches Ensemble)

$$\rho(q_1, ..., q_f, p_1, ..., q_f) = \frac{1}{Z} e^{-\frac{H}{k_\mathrm{B}T}}.$$

Hinweis: Verwenden Sie eine partielle Integration und vernachlässigen Sie die Randterme. Diskutieren Sie das Ergebnis für die Hamiltonfunktion des eindimensionalen harmonischen Oszillators.

d) Geben Sie die spektrale Energiedichte $\rho(\nu)$ und damit das *Rayleigh-Jeans-Strahlungsgesetz* an, also die in einem Einheitsvolumen des realen Raumes vorhandene Energie von stehenden Wellen mit einer Frequenz im Intervall $(\nu,\nu + \mathrm{d}\nu)$.

Aufgabe 6(T): Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung

Die dreidimensionale Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung folgt aus der dreidimensionalen Boltzmann-Verteilung durch Übergang in Kugelkoordinaten (Faktor $4\pi v^2$) und beschreibt die Verteilung der Geschwindigkeiten $v = |\mathbf{v}|$ eines idealen Gasen im thermodynamischen Gleichgewicht und ist gegeben durch:

$$\rho(v)\mathrm{d}v = Ce^{-mv^2/2k_BT} 4\pi v^2 \mathrm{d}v.$$

Der Mittelwert einer Funktion $f(v)$ mit einer Verteilung $\rho(v)$ berechnet sich nach

$$\langle f(v) \rangle = \int_0^\infty \rho(v) f(v) \mathrm{d}v$$

a) Bestimmen Sie die Konstante C aus der Normierung $\langle 1 \rangle = 1$.

b) Berechnen Sie die wahrscheinlichste und die mittlere Geschwindigkeit $\langle v \rangle$ sowie die Wurzel aus dem mittleren Geschwindigkeitsquadrat $\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ für diese Verteilung. Vergleichen Sie die drei Geschwindigkeiten mit Hilfe einer Skizze.

d) Bestimmen Sie die mittlere kinetische Energie eines Teilchens und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Gleichverteilungssatz aus Aufgabe 5).

c) Erklären Sie qualitativ wie sich die Maxwell-Boltzmann-Verteilung zur Abkühlung einer Flüssigkeit ausnutzen lässt (Stichwort: Verdampfungskühlung).