UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Guido Burkard
Dr. Stefan Gerlach

Vorlesung: Mo/Do/Fr 12-14 Uhr & Mi 13-14 Uhr, R 711
Übungen: Fr 8-10/14-16 Uhr

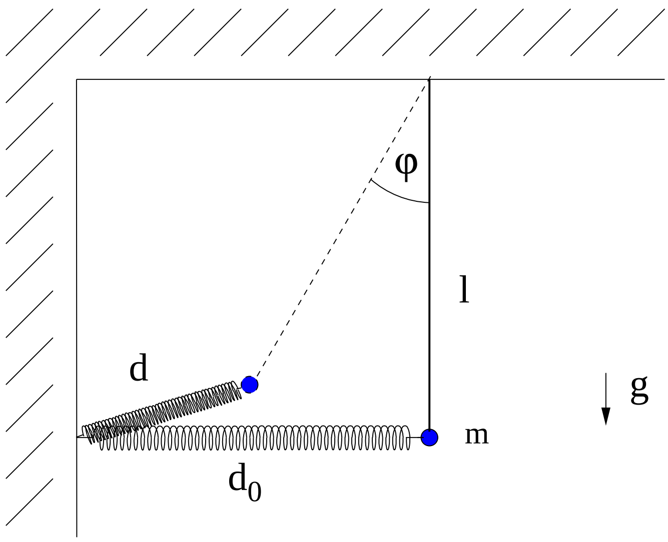
http://theorie.physik.uni-konstanz.de/burkard/teaching/09W-IK3

Physik III: Integrierter Kurs (Theoretische Physik und Analytische Mechanik)
Wintersemester 2009/10

Übungsblatt 6
(Ausgabe: 25.11.2009, Abgabe: 2.12.2009, Besprechung: 4.12.2009)

Aufgabe 15: Das gefangene Pendel (schriftlich) **(8 Punkte)**

Betrachten Sie das Pendel in der nebenstehenden Skizze. Die Länge l des Pendels sei fest. Der Faden und die Feder seien masselos und die Masse m am Pendel sei punktförmig. Die Feder sei fest an der Wand und an dem Massepunkt befestigt. d_0 sei die Ruhelage der Hookeschen Feder mit der Federkonstanten k.



a) (2 Punkte) Berechnen Sie die Länge d der Feder in Abhängigkeit von l, d_0 und der Auslenkung φ.

Hinweis: Verwenden Sie die Ruhelage des Pendels als Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems.

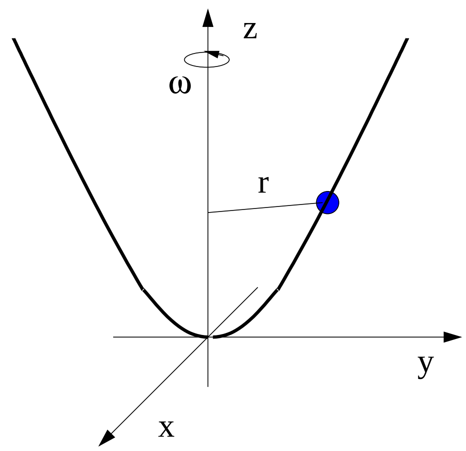
b) (3 Punkte) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion für den Massepunkt.

c) (3 Punkte) Verwenden Sie die Kleinwinkelnäherung um die Kreisfreqenz ω des gefangenen Pendels für kleine Auslenkungen zu bestimmen.

Hinweis: Bringen Sie das Potential auf die Form $V = \frac{m}{2}\omega^2 l^2 \varphi^2$.

Aufgabe 16: Die Perle auf der Parabel

Ein punktförmiges Teilchen der Masse m bewege sich reibungsfrei auf einer nach oben geöffneten festen Parabel. Die Parabel drehe sich mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi} = \omega$ um die z-Achse. Auf das Teilchen wirkt zudem die Gravitationskraft nach unten (homogenes Schwerefeld).



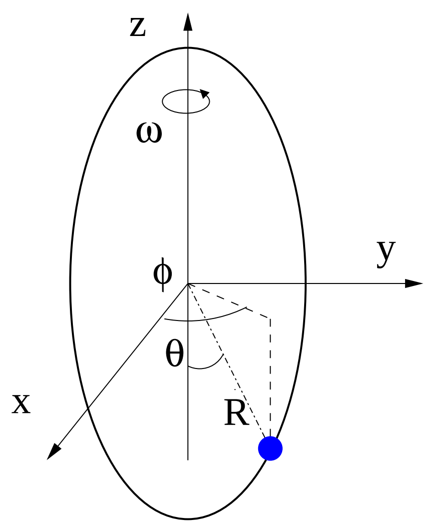
a) Wählen Sie den Radius r als verallgemeinerte Koordinate und stellen Sie mit Hilfe der Zwangsbedingungen die Lagrangefunktion $L(r, \dot{r}, t)$ auf.

b) Bestimmen Sie aus der Euler-Lagrange-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} - \frac{\partial L}{\partial r} = 0$$

die Bewegungsgleichung der Masse m.

Aufgabe 17: Die Perle auf dem rotierenden Ring



Ein punktförmiges Teilchen der Masse m bewege sich reibungsfrei auf einem Ring vom Radius R. Der Ring drehe sich mit einer konstanten Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi} = \omega$ um seinen Mittelpunkt in der z-Achse. Auf das Teilchen wirkt zudem die Gravitationskraft nach unten (homogenes Schwerefeld).

a) Wählen Sie den Winkel θ als verallgemeinerte Koordinate und stellen Sie die Lagrangefunktion $L(\theta, \dot{\theta}, t)$ auf. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung aus der Euler-Lagrange-Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0.$$

b) Trennen Sie die Lagrangefunktion in eine effektive kinetische Energie, die nur Terme mit $\dot{\theta}$ enthält, und ein effektives Potential, das alle Terme mit θ vereint. Suchen Sie die Gleichgewichtslagen, also Werte von θ, bei denen $\theta = const.$ Lösung der Bewegungsgleichung ist.

Finden Sie einen kritischen Wert von ω, bei dem sich die Anzahl der stationären Werte von θ im Intervall $[0, \pi]$ ändert. Argumentieren Sie mit Hilfe einer Skizze des effektiven Potentials und rechnerisch, welche Gleichgewichtslagen stabil und welche labil sind.

c) Machen Sie in der Nähe von $\theta = 0$ die Näherung kleiner Auslenkungen und geben Sie die Periodendauer der entsprechenden harmonischen Schwingung an. Was passiert für große ω?