UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik
Prof. Dr. Guido Burkard
Dr. Stefan Gerlach

Vorlesung: Mo/Do/Fr 12-14 Uhr & Mi 13-14 Uhr, R 711
Übungen: Fr 8-10/14-16 Uhr

http://theorie.physik.uni-konstanz.de/burkard/teaching/09W-IK3

Physik III: Integrierter Kurs (Theoretische Physik und Analytische Mechanik)
Wintersemester 2009/10

Übungsblatt 5

(Ausgabe: 18.11.2009, Abgabe: 25.11.2009, Besprechung: 27.11.2009)

Aufgabe 12: Dopplereffekt

a) *nicht-relativistisch, ruhende Quelle, bewegter Beobachter:* Im ruhenden System sei eine Welle durch $e^{2\pi i(ft-x/\lambda)}$ beschrieben ($c = f\lambda$). Wie wird die Welle in einem System beschrieben, das sich mit der Geschwindigkeit v von der Quelle entfernt (Galilei-Transformation)? Welche Frequenz sieht der bewegte Beobachter? Ändert sich die Wellenlänge und die gesehene Ausbreitungsgeschwindigkeit?

b) *nicht-relativistisch, bewegte Quelle, ruhender Beobachter:* Argumentieren Sie hier anschaulich anhand einer Skizze mit den Wegen, die aufeinanderfolgende Wellenberge zu durchlaufen haben um den Beobachter zu erreichen, dass dieser eine vergrößerte Wellenlänge und folglich verkleinerte Frequenz sieht, wenn sich die Quelle mit v von ihm wegbewegt. Geben Sie Formeln an.
Warum ist das Ergebnis für die Frequenzänderung nicht identisch zu a)?

c) Geschwindigkeitskontrollen im Straßenverkehr werden mit Radar durchgeführt. Das Radar-Verfahren stellt einen Spezialfall des Dopplereffekts dar. Obwohl Sender und Empfänger in Ruhe sind, tritt zwischen dem abgestrahlten und dem von einem sich mit der Geschwindigkeit v bewegenden Objekt reflektierten Signal eine Frequenzverschiebung auf. Wie berechnen Sie diese mithilfe der Ergebnisse aus a) und b)?
Die Verkehrskontrolle benutzt eine Mikrowellenstrahlung von f=30 GHz. Geben Sie an, welche maximale Frequenzverschiebung gemessen werden sollte, wenn sich alle Verkehrsteilnehmer an eine Geschwindigkeitsbegrenzung von 80 km/h halten.

d) *relativistisch:* Gehen Sie wieder von einer in einem Inertialsystem als $e^{2\pi i f(t-x/c)}$ gegebenen Welle aus. Drücken Sie diese mit x' und t', den Koordinaten eines relativ dazu mit Geschwindigkeit v bewegten Systems aus, die Sie mithilfe einer Lorentztransformation erhalten. Was gilt für Frequenz und Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle im gestrichenen System?

e) Auch für ein quer zum Beobachter bewegtes Objekt tritt aufgrund der Zeitdilatation ein sog. transversaler Dopplereffekt auf. Geben Sie die Formel der veränderten Frequenz an und diskutieren sie, wann dieser Effekt relevant wird und vergleichen Sie die Frequenzänderung mit dem normalen Dopplereffekt.

Aufgabe 13: Kovariante Formulierung der Maxwellgleichungen (schriftlich) (6 Punkte)

Analog zum Viererort und -impuls definiert man die Viererstromdichte $j^\nu = (c\rho, \mathbf{j})$ und das Viererpotential $A^\nu = (\Phi/c, \mathbf{A})$. Desweiteren führt man den antisymmetrischen Feldstärketensor $F^{\mu\nu}$ ein:

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = \begin{pmatrix} 0 & -E_x/c & -E_y/c & -E_z/c \\ E_x/c & 0 & -B_z & B_y \\ E_y/c & B_z & 0 & -B_x \\ E_z/c & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

a) (2 Punkte) Zeigen Sie, dass die zwei inhomogenen Maxwellgleichungen gegeben sind durch

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = \mu_0 j^\nu$$

b) (4 Punkte) Überprüfen Sie, dass die zwei homogenen Maxwellgleichungen enthalten sind in

$$\partial_\lambda F_{\mu\nu} + \partial_\mu F_{\nu\lambda} + \partial_\nu F_{\lambda\mu} = 0.$$

Gehen Sie wie folgt vor:

i) Berechnen Sie $F_{\mu\nu}$ aus $F^{\mu\nu}$.

ii) Was passiert bei einer Permutation von μ, ν und λ?

iii) Überlegen Sie sich den Fall zweier gleicher Indizes, z.B. $\mu = \nu$.
Hinweis : $F^{\lambda\nu} = -F^{\nu\lambda}$

iv) Behandeln Sie explizit die übrigen 4 Fälle.

Aufgabe 14: Lorentz-Transformation von elektrischen Feldern

Betrachten Sie konstante elektromagnetische Felder $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ in einem Bezugssystem Σ.

a) Zeigen Sie, dass sich die Felder durch eine Lorentz-Transformation $F'^{\alpha\beta} = \Lambda^\alpha_\mu \Lambda^\beta_\nu F^{\mu\nu}$ folgendermaßen transformieren:

$$\mathbf{E}'_\parallel = \mathbf{E}_\parallel,\ \mathbf{B}'_\parallel = \mathbf{B}_\parallel$$
$$\mathbf{E}'_\perp = \gamma\left(\mathbf{E}_\perp + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right),\ \mathbf{B}'_\perp = \gamma\left(\mathbf{B}_\perp - \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2}\right)$$

$\mathbf{E}_\parallel$ und $\mathbf{B}_\parallel$ ($\mathbf{E}_\perp$ und $\mathbf{B}_\perp$) bezeichnet die Komponenten parallel (senkrecht) zu $\mathbf{v}$.

b) Finden Sie ein Bezugssystem Σ' in dem für die transformierten elektromagnetischen Felder $\mathbf{E}'$ und $\mathbf{B}'$ gilt, dass $\mathbf{E}' \parallel \mathbf{B}'$. Hat dieses Problem immer eine Lösung? Wenn ja, ist sie eindeutig?

Hinweise:

1. $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$ und $\mathbf{E}^2 - c^2\mathbf{B}^2$ sind Invarianten der Lorentz-Transformation.
2. Man braucht nur zwei Fälle zu unterscheiden: ein Boost in der Ebene von $\mathbf{E}$ und $\mathbf{B}$ und einen Boost senkrecht dazu.