

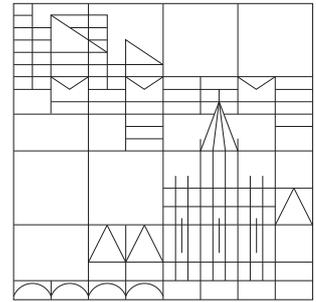
UNIVERSITÄT KONSTANZ

Fachbereich Physik

Akad. Rat z. A. Dr. Stefan Gerlach (Theoretische Physik)

Raum P 817, Tel. (07531)88-3825

E-mail: stefan.gerlach@uni-konstanz.de



Übungen zur Einführung in die Computerphysik Sommersemester 2010

Übungsblatt 4

Ausgabe 21.05.2010, Übungen 24.-28.05.2010 und 31.5.-04.06.2010, Abgabe bis 04.06.2010

C Programmierung
(magnetpendel.c)

10. Aufgabe : Chaos I: Das Feigenbaum-Diagramm

Ein einfaches Beispiel zur Veranschaulichung von chaotischem Verhalten ist die Abbildung

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n).$$

Je nach Parameter r konvergiert die Abbildung bei unterschiedlichen Werten von x , oder auch nicht. Die sich so ergebenen "Fraktale" lassen sich in zahlreichen schönen Bildern darstellen.

- (a) Schreibe ein C-Programm um das Konvergenzverhalten der Abbildung zu untersuchen, z.B. indem du die x_n für $n = 500..1000$ in Abhängigkeit von $r = 0..4$ aus gibst und alle Werte ein r - x -Diagramm, das sog. Feigenbaum-Diagramm, darstellst.

$x_0 = 0.5$ ist ein guter Startwert.

- (b) Berechne numerisch den sog. *Ljapunov-Exponenten*, der für eine iterative Abbildung $x_{n+1} = f(x_n)$ ein Kriterium für chaotisches Verhalten darstellt, mit Hilfe der Formel

$$\lambda = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln(|f'(x_i)|).$$

- (c) Stelle λ in Abhängigkeit von r dar und vergleiche das Bild mit dem Feigenbaum-Diagramm. Was lässt sich über das Konvergenzverhalten für $\lambda < 0$, $\lambda = 0$ und $\lambda > 0$ sagen?

11. Aufgabe : Chaos II: Das Apfelmännchen

Als nächstes wollen wir die Abbildung

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

untersuchen. Wieder interessiert uns, für welche Werte von $c \in \mathbb{C}$ die Abbildung konvergiert. Der Bereich in der komplexen Ebene, in dem die Abbildung konvergiert, wird auch *Mandelbrot-Menge* genannt.

- (a) Berechne mit dem Startwert $z = 0$ das n , ab wann $|z| > 10$ ist für alle Werte im Bereich $\text{Re}\{c\} = [-2, 1]$ und $\text{Im}\{c\} = [-1, 1]$. Stelle das Ergebnis graphisch mit gnuplot dar :
- ```
gnuplot> set view map
gnuplot> splot "mandelbrot.dat" w pm3d
```
- oder, indem du direkt ein Bild erzeugst (siehe </usr/share/doc/packages/netpbm/doc/ppm.html>) :
- ```
printf("P3\n# mandel.ppm\n400 600\n100\n");
printf("0 %d 0 ", pixel(a,b));
```
- (b) Durch geeignete Wahl des Bereichs von $\text{Re}\{c\}$ und $\text{Im}\{c\}$ lassen sich verschiedene Ausschnitte im Detail berechnen. Versuche eine grundlegende Eigenschaft von Fraktalen, die *Selbstähnlichkeit*, durch Wiederfinden des Apfelmännchens in einem Ausschnitt zu bestätigen.
- (c) Berechne alle Werte von $\text{Re}\{z\}$ für $\text{Im}\{c\} = 0$ und $n = 100 - 200$ im Bereich $\text{Re}\{c\} = [-2, 0.25]$ und stelle $\text{Re}\{z\}$ über $\text{Re}\{c\}$ graphisch dar. Vergleiche das Bild mit dem Feigenbaum-Diagramm.

12. Aufgabe : Chaos III: Das Magnetpendel

Auch einfache physikalische Experimente führen häufig zu chaotischem Verhalten. Wir wollen das Magnetpendel, d.h. das Verhalten einer Stahlkugel an einem Pendel über drei Magneten untersuchen.

- (a) Das Programm `magnetpendel.c` berechnet die Pendelbewegung und Gesamtenergie für einen festen Startpunkt. Versuche das Programm zu verstehen.
- (b) Stelle die Pendelbewegung für verschiedene Startpunkte graphisch dar.
- (c) Offensichtlich landet das Pendel am Ende immer über einem der drei Magneten. Modifiziere das Programm so, dass es für jeden Startpunkt im Intervall $x = [-1, 1]$ und $y = [-1, 1]$ den Endmagneten (1, 2 oder 3) ausgibt. Stelle das Ergebnis graphisch dar (vgl. Apfelmännchen-Aufgabe.)
- (d) Wer möchte, kann das Programm auch für 2 oder 4 Magneten erweitern und sich die graphische Darstellung anschauen.