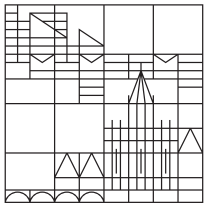
UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik (Theoretische Physik)
AOR Dr. Stefan Gerlach
Raum P 817, Tel. (07531)88-3825
E-mail: stefan.gerlach@uni-konstanz.de

Universität Konstanz



Übungen zur Computerphysik II
Wintersemester 2017/18

Übungsblatt 4
Ausgabe 15.12., Übungen 18.12.+8.1.+15.1., Abgabe bis 18.1.

Datenanpassung, Reihenentwicklung und diskrete Fouriertransformation

1. **Aufgabe: Nichtlineare Anpassung**

   In der Vorlesung wurden verschiedene Methoden zu Anpassung einer Modellfunktion an (Mess-)Daten vorgestellt. Als praktische Übung soll die Umsetzung dieser Methoden in verschiedenen Programmen ausprobiert werden.

   a) Suche dir eine geeigneten Datensatz von annähernd linearen x-y-Werten und schreibe ein Python-Programm, dass eine lineare Regression des Datensatzes durchführt. Die Ergebnisse der Regression sollen als Referenz für die folgenden Teilaufgaben benutzt werden.

   b) Mit Hilfe von `gnuplot` lassen sich Daten "fitten". Finde heraus wie das geht und teste es mit einer linearen Modellfunktion und deinen x-y-Werten. Vergleiche die Ergebnisse mit denen des Programmes aus a). Welche Fitparameter gibt `gnuplot` aus und was bedeuten diese?

   c) Verwende Python (`scipy.optimize.curve_fit`) um deine Daten mit einer linearen Funktion zu fitten. Welche Fitparameter liefert Python?

2. **Aufgabe: Fourier-Legendre-Reihe**

   Mit Hilfe der orthonormalen Legendre-Polynome $P_l(x)$ lässt sich jede Funktion auf dem Intervall $[-1, 1]$ analog zur Fourierreihe in eine *Fourier-Legendre-Reihe* entwickeln:

   $$f(x) = \sum_{l=0}^{\infty} a_l P_l(x).$$

   Aufgrund der Normierung der Legendre-Polynome

   $$\int_{-1}^{1} P_l(x) P_{l'}(x)\, \mathrm{d}x = \frac{2}{2l+1} \delta_{l,l'}$$

   ergeben sich die Entwicklungskoeffizienten zu

   $$a_l = \frac{2l+1}{2} \int_{-1}^{1} f(x) P_l(x)\, \mathrm{d}x.$$

a) Plotte die ersten sechs Legendre-Polynome (`scipy.special.legendre(n)`).

b) Schreibe eine Funktion zur Berechnung der Entwicklungskoeffizienten a_l. Teste sie anhand der Funktionen $f_0(x) = P_0(x)$, $f_1(x) = P_1(x)$, $f_2(x) = P_2(x)$.

c) Berechne die Entwicklungskoeffizienten a_l für die Funktion $f(x) = \sin(\pi x)$

d) Plotte die Funktion $\sin(\pi x)$ und die Näherungen bis zur n-ten Ordnung. Wie gut konvergiert die Reihe?

e) Berechne analog die Fourier-Legendre Reihe für die Dreiecksfunktion $g(x) = 1 - |x|$ und die Rechteckfunktion $h(x) = \begin{cases} 1 \ (|x| < 0.5) \\ 0 \text{ sonst} \end{cases}$. Wie gut konvergiert die Fourier-Legendre-Reihe hier?

3. **Aufgabe: Diskrete Fouriertransformation**

Mit Hilfe der diskreten Fouriertransformation wollen wir die Fouriertransformierte einer gedämpften Schwingung untersuchen.

a) Berechne und Plotte die diskrete Fouriertransformation einer konstanten Funktion und einer "δ-Funktion" für unterschiedliche Anzahl von Samplepunkten (`numpy.fft.fft()`). Interpretiere die Ergebnisse.

b) Berechne die diskrete Fouriertransformation einer abfallenden Exponentialfunktion $f(t) = \mathrm{e}^{-\alpha t}$ zuerst für $\alpha = 1$ und $t = [0, 50]$ und Plotte Real- und Imaginärteil.
Der Realteil beschreibt die Absorption und der Imaginärteil die Phasenverschiebung bei Wechselwirkung von elektromagnetischer Strahlung mit einem Atom. Sind die Ergebnisse plausibel? Plotte dazu zum Vergleich die (theoretisch erwartete) Lorentzfunktion.

c) Welchen Einfluß hat die Zerfallskonstante α auf die Fouriertransformierte in b)? Was kann man also über die Lebensdauer eines Zustandes anhand der Linienbreite des Spektrums aussagen?

d) Berechne die diskrete Fouriertransformation einer gedämpften Schwingung $f(t) = \mathrm{e}^{-t}\cos(10t)$ für $t = [0, 50]$. Plotte wieder Real- und Imaginärteil. Was ist der Unterschied zur abfallenden Exponentialfunktion aus b)?

Gesegnete Weihnachten und einen guten Start ins Jahr 2018!