UNIVERSITÄT KONSTANZ
Fachbereich Physik (Theoretische Physik)
AOR Dr. Stefan Gerlach
Raum P 817, Tel. (07531)88-3825
E-mail: stefan.gerlach@uni-konstanz.de

Universität Konstanz

Übungen zur Computerphysik II
Wintersemester 2014/15

Übungsblatt 6
Ausgabe 26.1.2015, Übungen 27.1.+3.2.+10.2.2015, Abgabe bis 12.2.2015

Zufallszahlen und Anwendungen

1. **Aufgabe: Zufallszahlentests**

   Betrachte die folgenden (Pseudo-)Zufallszahlengeneratoren

   (A) Linearer Kongruenzgenerator

   $$x_{n+1} = (ax_n + b) \mod m$$

   mit $m = 2^{31}, a = 65539, b = 0$ (RANDU).

   (B) Linearer Kongruenzgenerator mit $m = 2^{31}, a = 1103515245, b = 12345$ (GLIBC).

   (C) Nachkommastellen von π.
   Hinweis:

```
from sympy.mpmath import mp

N=1000  # number of digits
mp.dps = N
s = str(mp.pi)

for i in range(2,N):
        print s[i],
```

   (D) Mersenne-Twister (MT19937) von Python (random()).

   Den Startwert (SEED) kann frei gewählt werden.

   a) Bestimme für alle PRNGs $N = 10^4$ Zufallszahlen in drei Spalten und plotte diese dreidimensional ("Parking-Lot"- bzw. Spektraltest). Bei welchen PRNGs erkennt man durch Drehung des Plots Hyperebenenverhalten?

   b) Bestimme für alle PRNGs $N = 100, 10000, 1000000$ Zufallszahlen und berechne

   $$\langle z_i \rangle, \ \langle z_i z_{i+1} \rangle.$$

   c) Überpruefe für alle Fälle von b), ob gilt

   $$\langle z_i z_{i+1} \rangle = \langle z_i \rangle \langle z_{i+1} \rangle.$$

2. **Aufgabe: Monte-Carlo-Integration**

a) Wir wollen die Fläche eines Kreises mit Hilfe der Stein-Wurf-Methode bestimmen.

Schreibe ein Python-Programm und erzeuge N-mal zwei unabhängige Zufallszahlen a,b im Bereich $[-1, 1]$ und bestimme das Verhältnis der Kombinationen, für die gilt $\sqrt{a^2 + b^2} \leq 1$, zur Gesamtzahl N.

Vergleiche das Ergebnis für verschiedene Werte von N. Welchen Wert erwartet man für $N \to \infty$?

b) Überprüfe ob die Gaussfunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/(2\sigma^2)}$$

für $\sigma = 0.1$ normiert ist, indem du das Integral durch Monte-Carlo-Integration und mit der Verwerfungsmethode jeweils für das Intervall $x \in [-1, 1]$ bestimmst. Warum sind beide Methoden "suboptimal"?

c) Berechne das Integral aus b) durch "Importance Sampling" mit der Lorentzfunktion

$$p(x) = \frac{1}{\pi} \frac{\sigma}{x^2 + \sigma^2}.$$