



Übungen zur Computerphysik II
Wintersemester 2014/15

Übungsblatt 3

Ausgabe 21.11.2014, Übungen 24.11.2014+2.12.2014, Abgabe bis 4.12.2014

Numerische Integration und kontinuierliche Verteilungen
Bitte zwei Aufgaben aussuchen

1. Aufgabe: Beugungsmuster einer Lochblende

Das radiale Beugungsmuster einer runden Lochblende ist gegeben (siehe IK3) durch die Formel $I(r) = (J_1(kr)/kr)^2$ mit $k = 2\pi/\lambda$ und den *Besselfunktionen*

$$J_m(r) = 1/\pi \int_0^\pi \cos(m\theta - r \sin \theta) d\theta.$$

- Schreibe ein Programm zur Berechnung von $J_0(x)$, $J_1(x)$ und $J_2(x)$ für $x = 0..20$ und $N = 100$ mit der Trapezmethode.
- Plote die Ergebnisse zum Vergleich mit den bekannten Besselfunktionen (`scipy.special.j0()`, etc.).
- Plote das Beugungsmuster einer Lochblende als Dichteplot für verschiedene Wellenlängen

Hinweis: https://scipy-lectures.github.io/intro/matplotlib/auto_examples/plot_contour_ex.html

2. Aufgabe: Kantenbeugung

Eine ebene Welle der Wellenlänge λ wird an einer scharfen Kante gebeugt.

Die Intensität auf einem Schirm im Abstand z ist dann gegeben durch

$I = I_0/8((2C(u) + 1)^2 + (2S(u) + 1)^2)$ mit $u = x\sqrt{2/(\lambda z)}$ und den *Fresnel-Integralen*:

$$C(u) = \int_0^u \cos(\pi t^2/2) dt, \quad S(u) = \int_0^u \sin(\pi t^2/2) dt$$

- Schreibe jeweils eine Funktion um die Fresnel-Integrale zu berechnen. Vergleiche mit http://en.wikipedia.org/wiki/Fresnel_integral
- * Plote den parametrischen Plot ($x = C(t), y = S(t)$) um die sog. Euler-Spirale zu erhalten.
- Schreibe damit ein Programm um die Intensität $I(x)/I_0$ abhängig von λ und z zu bestimmen.
- Plote die Ergebnisse für verschiedene Wellenlängen und Abstände des Schirms.

3. Aufgabe: Maxwell-Boltzmann-Verteilung

Die Geschwindigkeitsverteilung von Atomen der Masse m eines idealen Gases der Temperatur T (siehe IK) ist gegeben durch

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-mv^2/kT}.$$

Wir wollen die Verteilung am Beispiel von Helium-Atomen ($m = 6.65 \cdot 10^{-27}$ kg) bei der Temperatur 300 K untersuchen. Die Boltzmann-Konstante ist $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K.

- Zeichne die Verteilung und finde dessen Maximum $v_{\max}$.
- Berechne den Mittelwert $\langle v \rangle$ und das mittlere Geschwindigkeitsquadrat $v_{\text{RMS}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle}$ durch Numerische Integration (z.B. `scipy.integrate.quad()`).
- Zeichne $\langle v \rangle$, v_{RMS} und die Standardabweichung $\sigma = \sqrt{\langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2}$ in die Verteilung ein.
- * Bestimme den Median v_m der Verteilung, definiert durch $\int_0^{v_m} f(v) dv = 0.5$. Wo liegt er im Vergleich zu $v_{\max}$ und $\langle v \rangle$?

4. Aufgabe: Unschärfe im Harmonischen Oszillator

Die Wellenfunktion eines Teilchens im Harmonischen Oszillator ist gegeben durch

$$\Psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}} e^{-x^2/2} H_n(x)$$

mit den Hermite-Polynomen $H_n(x)$ definiert durch $H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$ und $H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x)$.

- Schreibe mit SymPy ein Programm, das die Hermite Polynome für $n = 0, \dots, 30$ ausgibt und für $n = 0, \dots, 3$ plottet.
- Plote die Wellenfunktion für $n = 0, 1, 2$ und $n=30$ im Bereich $x = [-10, 10]$.
- Berechne die Unschärfe $\sqrt{\langle x^2 \rangle}$ der Wellenfunktion mit

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\Psi_n(x)|^2 dx$$

durch numerische Integration für $n = 0$ und $n=5$.