



## Übungen zur Computerphysik I Sommersemester 2014

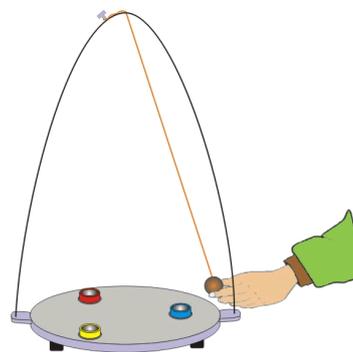
### Übungsblatt 4

Ausgabe 6.6.2014, Übungen 10.6.-24.6.2014, Abgabe bis 26.06.2014

Projekt II: Chaotische Systeme

#### 4. Aufgabe: Das Magnetpendel

Wir betrachten das sog. Magnetpendel, d.h. eine Stahlkugel an einem Faden fester Länge, die über 3 Magneten schwebt. Aufgrund der nichtlinearen Bewegungsgleichung, kann es unter bestimmten Bedingungen zu chaotischem Verhalten kommen. Wir wollen dieses nichtlineare System numerisch untersuchen.



- (a) Stelle die Bewegungsgleichung für die Stahlkugel auf. Zur Vereinfachung soll die Bewegung der Stahlkugel nur einer  $x$ - $y$  Ebene für festes  $z > 0$  betrachtet werden und die Kraft in der Form

$$F_m = - \sum_{i=1}^3 \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3}$$

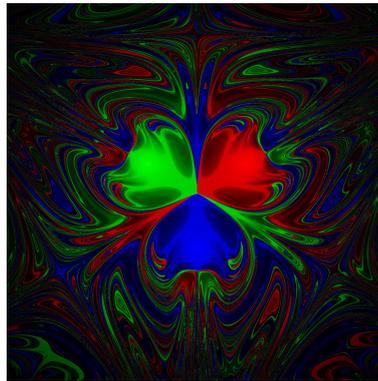
mit  $\mathbf{r}_i$  den Orten der Magnete angenähert werden. Zusätzlich soll eine geschwindigkeitsabhängige Reibung  $F_r = -\gamma \dot{\mathbf{r}}$  und eine rücktreibende Kraft  $F_f = -k\mathbf{r}$  wirken.

- (b) Überlege dir eine Position der 3 Magnete auf einem Feld ( $x=[-1,1], y=[-1,1]$ ), damit deren Schwerpunkt im Ursprung liegt.
- (c) Schreibe die Bewegungsgleichung in ein geeignetes numerisches Lösungsverfahren um (z.B. Euler oder Leap-Frog).
- (d) Implementiere die Lösung der Bewegungsgleichung in einem C-Programm und Teste deren Ergebnisse (ohne Magnete, ohne Reibung, ohne Federkraft, etc.).

- (e) Stelle die Bewegung der Stahlkugel für 3 verschiedene, aber nahegelegene Startpunkte  $(x_0, y_0)$  graphisch dar ( $x$ - $y$ -Diagramm), um das chaotische Verhalten zu sehen. Folgende Werte sind sinnvoll:  
Masse  $m = 1$ , Dämpfungskonstante  $\gamma = 0.2$ , Federkonstante  $k = 0.5$ , Höhe des Pendels  $z = 0.25$ .

*Hinweis:* Die Simulation kann abgebrochen werden, falls sich die Gesamtenergie nicht mehr ändert (Pendel ruht über einem der Magnete).

- (f) Ändere das Programm so, dass es für jeden Startpunkt im Intervall  $x = [-1, 1]$  und  $y = [-1, 1]$  den Magneten (1, 2 oder 3) ausgibt, über dem das Pendel stehen bleibt. Stelle das Ergebnis mit 3 verschiedenen Farben graphisch dar. Es sollte das chaotische Verhalten anhand der fraktalen Struktur deutlich werden, wie zum Beispiel im folgenden Bild:



- (g) (\*) Erweitere das Programm auch für 2 oder 4 Magneten und stelle das Ergebnis ebenfalls graphisch dar.