

Übungen zur Computerphysik I Sommersemester 2013

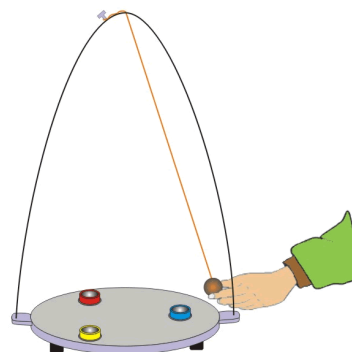
Übungsblatt 4

Ausgabe 24.05.2013, Übungen 27.5-11.6.2013, Abgabe bis 13.06.2013

Projekt II: Chaotische Systeme

4. Aufgabe: Das Magnetpendel

Wir betrachten hier das sog. Magnetpendel, d.h. eine Stahlkugel an einem Faden (fester Länge) über 3 Magneten. Aufgrund der nichtlinearen Bewegung, kann es unter bestimmten Bedingungen zu chaotischem Verhalten. Wir wollen dieses System numerisch untersuchen.



- (a) Stelle die Bewegungsgleichung für die Stahlkugel auf. Zur Vereinfachung soll die Bewegung der Stahlkugel nur in der x - y Ebene stattfinden und die Kraft in der Form

$$F_m = \sum_{i=1}^3 \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_i}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|^3}$$

angenähert werden.

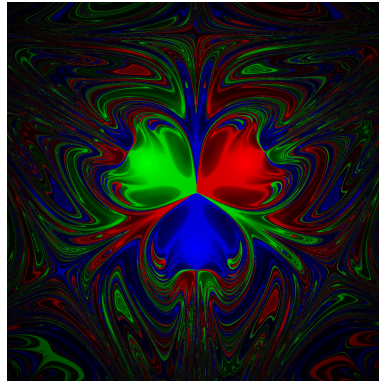
Zusätzlich soll eine geschwindigkeitsabhängige Reibung $F_r = -\gamma \dot{\mathbf{r}}$ und die Federkraft $F_f = -k\mathbf{r}$ wirken.

- (b) Überlege dir eine Position der 3 Magnete auf einem Feld ($x=[-1,1], y=[-1,1]$), damit deren Schwerpunkt im Ursprung liegt.
- (c) Schreibe die Bewegungsgleichung in ein geeignetes numerisches Lösungsverfahren um (z.B. Leap-Frog).
- (d) Implementiere die Lösung der Bewegungsgleichung in einem Programm und Teste deren Ergebnisse (ohne Magnete, ohne Reibung, ohne Federkraft, etc.).
- (e) Stelle die Bewegung der Stahlkugel für 3 verschiedene, aber nahegelegene Startpunkte (x_0, y_0) graphisch dar (x - y -Diagramm), um das chaotische Verhalten zu zeigen. Folgende Werte sind sinnvoll:

Masse $m = 1$, Dämpfungskonstante $\gamma = 0.2$, Federkonstante $k = 0.5$, Höhe des Pendels $z = 0.25$.

Hinweis: Die Simulation kann abgebrochen werden, falls sich die Gesamtenergie nicht mehr ändert (Pendel ruht).

- (f) Offensichtlich landet das Pendel am Ende immer über einem der drei Magneten. Ändere das Programm so, dass es für jeden Startpunkt im Intervall $x = [-1, 1]$ und $y = [-1, 1]$ den Endmagneten (1, 2 oder 3) ausgibt. Stelle das Ergebnis mit 3 Farben graphisch dar (analog zum "Apfelmännchen"). Es sollte das chaotische Verhalten deutlich werden, wie hier zum Beispiel:



- (g) (*) Erweitere das Programm auch für 2 oder 4 Magneten und stelle das Ergebnis ebenfalls graphisch dar.